11 · 64

inženýrské stavby

s přílohou mechanizace

Polské silniční válce tříkolové „FADROMA“

k zhutňování násypů a k jiným zemním pracem, k válcování silničních povrchů, zejména povrchů černých

Válec WDT-1

Váha 8 t bez přídavného zatížení, 10 t se zátěží
Celková válcovací šířka 1840 mm
Nápor předního běhounu 30 kp/cm²
Nápor zadních běhounů 50 až 70 kp/cm²

Válec WDT-2

Váha 11 t bez přídavného zatížení, 14 t se zátěží
Celková válcovací šířka 1940 mm
Nápor předního běhounu 35 kp/cm²
Nápor zadních běhounů 64,5 až 93,5 kp/cm²

Bližší informace Vám poskytne Polské obchodní oddělení, Praha 1, Václavské nám. 49

Vyváží

POLIMEX

Polská společnost pro vývoz a dovoz strojů

Waršava • Czackiego 7/9 • Telefon: 269-491 • Telex.: 81-271, 81-274

Inž. RICHARD BAREŠ, C. Sc., ÚTAM—ČSAV Praha DT 624.025.2

Výpočet stropních roštů

Možnost řešení trámových roštů po celém obvodě podepřených na základě analogie s teorií ortotropní desky. Při použití řešení ve tvaru dvojité Fourierovy řady jsou uvedeny výrazy pro jednotlivé statické veličiny a 10 různých případů zatížení. Návod pro praktické uspořádání výpočtu v tabelární formě. Osvětlení navrženého postupu výpočtu na příkladě.

V projekční praxi se konstruktéři často setkávají s problémem dimenzovat trámový rošt po celém obvodě podepřený a obecně zatížený. Obvykle však nenalézají v naší literatuře dostatečně rychlou a současně dostatečně přesnou metodu, která by umožnila projektantům provést správný a tím ekonomický návrh. Autor proto dále uvádí jeden z možných způsobů poměrně rychlého výpočtu těchto mnohokrát staticky neurčitých konstrukcí.

Výpočet trámového roštu v jeho skutečném tvaru silovými nebo deformačními metodami (snad až na metodu rozdělování momentů při účelné úpravě) je obvykle velmi pracný a málo přehledný. Vhodnější je použít pro řešení analogie s ortotropní deskou, jejíž teorie je vcelku již dobře propracována [1], [2], [3].

Pro desky uložené po obvodě, tedy s tzv. Navierovými okrajovými podmínkami, se nejčastěji používá řešení pomocí dvojitých Fourierových řad. I když obecně není tato metoda nejvhodnější, zejména z hlediska pracnosti, pro případ prostého uložení po celém odvodě při vhodném uspořádání výpočtu lze poměrně rychle, bez náročnějšího matematického aparátu, pouze s použitím logaritmického pravítka dosáhnout velmi přesných hodnot všech statických veličin potřebných pro návrh.

■ Tvarově ortotropní deska pro Navierovy okrajové podmínky

Rovnici trámového roštu *(obr. 1)* píšeme analogicky s rovnicí ortotropní desky ve tvaru

$$\varrho_T \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + (\gamma_T + \gamma_P) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \varrho_P \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = p(x,y) \qquad (1)$$

kde $w\,(x,y)$ je průhyb,

ϱ_T a ϱ_P — jednotkové tuhosti v ohybu v podélném a příčném směru $\left(\varrho_T = \dfrac{E\,I_T}{b_0}, \varrho_P = \dfrac{E\,I_P}{l_0}\right)$

γ_T a γ_P — jednotkové tuhosti v kroucení v podélném a příčném směru $\left(\gamma_T = \dfrac{G\,J_T}{b_0}, \gamma_P = \dfrac{G\,J_P}{l_0}\right)$

$p\,(x,y)$ — obecné vertikální zatížení.

Hodnoty momentů setrvačnosti v ohybu I_T, I_P a momentů setrvačnosti v kroucení J_T, J_P se vyčíslí pro celý vzdorující průřez trámů nebo příčníků (i s deskou); E a G jsou moduly pružnosti v ohybu resp. kroucení.[1])

Pro Navierovy okrajové podmínky vyhovuje rovnici (1) funkce ve tvaru dvojité trigonometrické řady:

$$w = \sum_m^\infty \sum_n^\infty A_{mn} \sin \frac{m\,\pi x}{l} \sin \frac{n\,\pi y}{2b} \qquad (2)$$

jestliže jsme zvolili počátek v rohu desky.

Dosadíme-li toto řešení do rovnice (1) a zatížení rozvineme rovněž do dvojité Fourierovy řady ve tvaru

$$p\,(x,y) = \sum_m^\infty \sum_n^\infty C \frac{m\,\pi x}{l} \sin \frac{n\,\pi y}{2b} \qquad (3)$$

po úpravě obdržíme:

$$A_{mn} = \\ = \frac{C}{\varrho_T \left(\dfrac{m\pi}{l}\right)^4 + (\gamma_T + \gamma_P) \left(\dfrac{m\pi}{l}\right)^2 \left(\dfrac{n\pi}{2b}\right)^2 + \varrho_P \left(\dfrac{n\pi}{2b}\right)^4} = \\ = \frac{C}{D} \qquad (4)$$

Součinitel C je závislý na druhu a umístění zatížení. Například pro částečné rovnoměrné zatížení na ploše $2c\,.\,2d$ se středem v místě se souřadnicemi u, v má tvar

$$C = \frac{16p}{\pi^2} \frac{1}{mn} \sin \frac{m\pi u}{l} \sin \frac{m\pi c}{l} \sin \frac{n\pi v}{2b} \sin \frac{n\pi d}{2b}$$

Všechny potřebné statické veličiny obdržíme z derivací funkce (2) pro průhyb w:

Jednotkové ohybové momenty ve směru X

$$M_x = \varrho_T \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \eta \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) \qquad (5a)$$

ve směru Y

$$M_y = \varrho_P \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \eta \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right) \qquad (5b)$$

Jednotkové kroutící momenty ve směru X

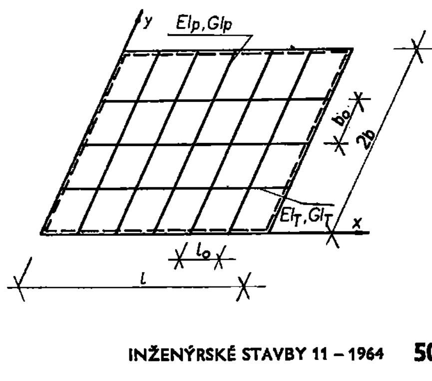
$$M_{xy} = \gamma_T \frac{\partial^2 w}{\partial x\, \partial y} \qquad (5c)$$

ve směru Y

$$M_{yx} = -\gamma_P \frac{\partial^2 w}{\partial x\, \partial y} \qquad (5d)$$

Jednotkové posouvající síly ve směru X

$$Q_x = -\varrho_T \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} - \gamma_T \frac{\partial^3 w}{\partial x\, \partial y^2} \qquad (5e)$$



Obr. 1.

---

[1]) Blíže o výpočtu jednotlivých tuhostí, příp. součinitele středního členu rovnice (1) viz v autorově knize „*Výpočet roštů s uvažováním kroucení*“, SNTL 1963, str. 306 a další.

ve směru Y

$$Q_y = -\varrho_P \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} - \gamma_P \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} \tag{5f}$$

Jednotkové reakce na okrajích $x = 0;\ l$

$$\overline{Q}_x = -\varrho_T \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} - 2\,\gamma_T \frac{\partial^3 w}{\partial x\, \partial y^2} \tag{5g}$$

na okrajích $y = 0;\ 2b$

$$\overline{Q}_y = -\varrho_P \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} - 2\,\gamma_P \frac{\partial^3 w}{\partial x^2\, \partial y} \tag{5h}$$

V rovnicích (5a), (5b) je η Poissonův součinitel. Pro dimenzování se obdrží skutečné hodnoty statických veličin zřejmě pouze vynásobením příslušnou působící šířkou, u roštů např. vzdáleností trámů nebo příčníků.

Zavedeme-li do rovnic (2) a (5) hodnotu A_{mn} podle (4) a příslušné hodnoty C, můžeme po úpravě psát výrazy pro jednotkové statické veličiny ve tvaru (*6a*) až (*6i*)

$$w = Z \sum_m^\infty \sum_n^\infty S \frac{U}{D} \sin \frac{m\pi x}{l} \sin \frac{n\pi y}{2b}$$

$$M_x = Z \sum_m^\infty \sum_n^\infty S \frac{U}{D} \sin \frac{m\pi x}{l} \sin \frac{n\pi y}{2b}$$

$$M_y = Z \sum_m^\infty \sum_n^\infty S \frac{U}{D} \sin \frac{m\pi x}{l} \sin \frac{n\pi y}{2b}$$

$$M_{xy} = Z \sum_m^\infty \sum_n^\infty S \frac{U}{D} \cos \frac{m\pi x}{l} \cos \frac{n\pi y}{2b}$$

$$M_{yx} = -\frac{\gamma_P}{\gamma_T} M_{xy}$$

$$Q_x = Z \sum_m^\infty \sum_n^\infty S \frac{U}{D} \cos \frac{n\pi x}{l} \sin \frac{m\pi y}{2b}$$

$$Q_y = Z \sum_m^\infty \sum_n^\infty S \frac{U}{D} \sin \frac{m\pi x}{l} \cos \frac{n\pi y}{2b}$$

$$\overline{Q}_x = Z \sum_m^\infty \sum_n^\infty S \frac{U}{D} \cos \frac{m\pi x}{l} \sin \frac{n\pi y}{2b}$$

$$\overline{Q}_y = Z \sum_m^\infty \sum_n^\infty S \frac{U}{D} \sin \frac{m\pi x}{l} \cos \frac{n\pi y}{2b}$$

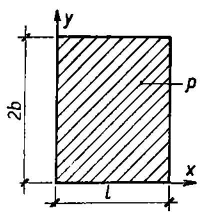
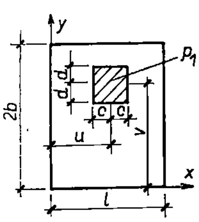
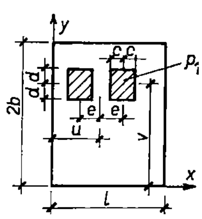
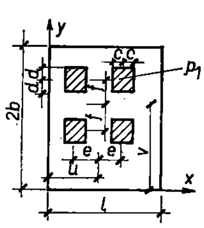
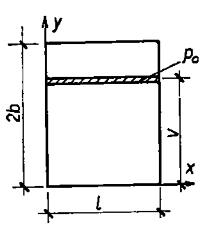
kde hodnota součinitele D je dána rovnicí (4) a hodnoty součinitelů Z, S, U, které mají různý význam podle druhu působícího zatížení nebo hledané statické veličiny, jsou uvedeny v *tab. 1, 2* a *3*. V *tab. 1* a *3* je dále přijato označení:

$$\alpha = \frac{\gamma_P}{\varrho_T}, \quad \beta = \frac{\gamma_T}{\varrho_P}, \quad \varepsilon = \frac{l}{2b} \tag{7}$$

Tabulka 1. Hodnoty součinitele Z

Statická veličina	Z	Statická veličina	Z
w	$\frac{16p}{\pi^2}$	Q_x	$-\varrho_T \frac{16p\pi}{l^3}$
M_x	$-\varrho_T \frac{16p}{l^2}$	Q_y	$-\varepsilon\varrho_P \frac{16p\pi}{l^3}$
M_y	$-\varrho_P \frac{16p}{l^2}$	$\overline{Q}_x$	$-\varrho_T \frac{16p\pi}{l^3}$
M_{xy}	$\varepsilon\gamma_T \frac{16p}{l^2}$	$\overline{Q}_y$	$-\varepsilon\varrho_P \frac{16p\pi}{l^3}$

Tabulka 2. Hodnoty součinitele U

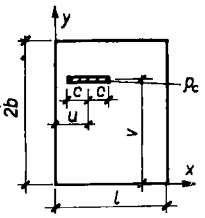
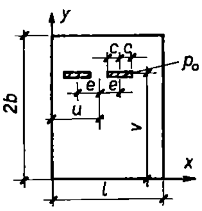
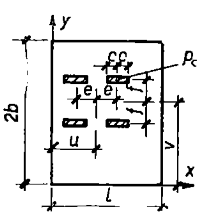
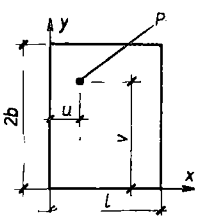
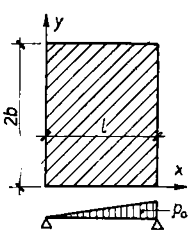
Č.	Zatížení		U
1			1 (pro $m = 1, 3, 5\ldots,\ n = 1, 3, 5\ldots$)
2	$p = p_1$		$\sin \frac{m\pi u}{l} \sin \frac{m\pi c}{l} \sin \frac{n\pi v}{2b} \sin \frac{n\pi d}{2b}$ (pro $m = 1, 2, 3\ldots,\ n = 1, 2, 3\ldots$)
3	$p = 2p_1$		$\sin \frac{m\pi u}{l} \sin \frac{m\pi e}{l} \cos \frac{m\pi e}{l} \sin \frac{n\pi v}{2b} \sin \frac{n\pi d}{2b}$ (pro $m = 1, 2, 3\ldots,\ n = 1, 2, 3\ldots$)
4	$p = 4p_1$		$\sin \frac{m\pi u}{l} \sin \frac{m\pi c}{l} \cos \frac{m\pi e}{l} \sin \frac{n\pi v}{2b} \sin \frac{n\pi d}{2b} \cos \frac{n\pi f}{2b}$ (pro $m = 1, 2, 3\ldots,\ n = 1, 2, 3\ldots$)
5	$p = \frac{p_0\pi}{2 \cdot 2b}$		$\sin \frac{n\pi v}{2b}$ (pro $m = 1, 3, 5\ldots,\ n = 1, 2, 3\ldots$)

Tabulka 3. Hodnoty součinitele S

Statická veličina	Zatěžovací případy 1 ÷ 4, 10	5 ÷ 8	9
w	$\frac{1}{mn}$	$n \,.\, S$	$m\,n \,.\, S$
M_x	$\left(\frac{m}{n} + \eta\varepsilon^2 \frac{n}{m}\right)$	$n \,.\, S$	$m\,n \,.\, S$
M_y	$\left(\varepsilon^2 \frac{n}{m} + \eta \frac{m}{n}\right)$	$n \,.\, S$	$m\,n \,.\, S$
M_{xy}	1	$n \,.\, S$	$m\,n \,.\, S$
Q_x	$\left(\frac{m^2}{n} + \varepsilon^2\alpha n\right)$	$n \,.\, S$	$m\,n \,.\, S$
Q_y	$\left(\varepsilon^2 \frac{n^2}{m} + \beta m\right)$	$n \,.\, S$	$m\,n \,.\, S$
$\bar{Q}_x$	$\left(\frac{m^2}{n} + 2\varepsilon^2\alpha n\right)$	$n \,.\, S$	$m\,n \,.\, S$
$\bar{Q}_y$	$\left(\varepsilon^2 \frac{n}{m^2} + 2\beta m\right)$	$n \,.\, S$	$m\,n \,.\, S$

Poznámka: Například pro zatěžovací případ 5 a statickou veličinu M_x vyčíslí se hodnota součinitele S z výrazu $n\left(\frac{m}{n} + \eta\varepsilon^2\frac{n}{m}\right)$.

Pokračování tabulky 2

Č.	Zatížení	U
6	$p = \frac{p_0\pi}{2\,.\,2b}$ 	$\sin\frac{m\pi u}{l}\sin\frac{m\pi c}{l}\sin\frac{n\pi v}{2b}$ (pro $m = 1, 2, 3\ldots$, $n = 1, 2, 3\ldots$)
7	$p = \frac{p_0\pi}{2b}$ 	$\sin\frac{m\pi u}{l}\sin\frac{m\pi c}{l}\cos\frac{m\pi e}{l}\sin\frac{n\pi v}{2b}$ (pro $m = 1, 2, 3\ldots$, $n = 1, 2, 3\ldots$)
8	$p = \frac{2p_0\pi}{2b}$ 	$\sin\frac{m\pi u}{l}\sin\frac{m\pi c}{l}\cos\frac{m\pi e}{l}\sin\frac{n\pi v}{2b}\cos\frac{n\pi f}{2b}$ (pro $m = 1, 2, 3\ldots$, $n = 1, 2, 3\ldots$)
9	$p = \frac{P\pi^2}{4\,.\,l\,.\,2b}$ 	$\sin\frac{m\pi u}{l}\sin\frac{n\pi v}{2b}$ (pro $m = 1, 2, 3\ldots$, $n = 1, 2, 3\ldots$)
10	$p = \frac{p_0}{2}$ 	$\cos m\pi$ (pro $m = 1, 2, 3\ldots$, $n = 1, 3, 5\ldots$)

Praktické uspořádání výpočtu

Celý výpočet je možno provést v několika přehledných tabulkách: *Tabulka I* obsahuje statické schéma konstrukce, výpočet rozměrových parametrů, výpočet tuhosti v ohybu a v kroucení, výpočet součinitele zatížení podle *tab. 2*, výpočet konstantních zatěžovacích součinitelů Z podle druhu hledané veličiny (*tab. 1*), výpočet součinitelů (*7*).

Tabulka II a III obsahuje výpočet harmonických konstantních členů s m resp. n v závislosti na druhu působícího zatížení (podle *tab. 2*):

Tabulka II

m	$\sin\frac{m\pi u}{l}$	$\sin\frac{m\pi c}{l}$	....	....	Součin
1 2 3 4 5	(Analogicky je uspořádána tab. III pro členy s n)				

Tabulka IV obsahuje hodnotu součinitele U, tj. příslušných součinů z *tab. II* a *III* pro jednotlivé kombinace m a n v závislosti na druhu působícího zatížení; tuto a další tabulky je třeba vyčíslovat odděleně pro každý druh zatížení.

Tabulka IV

n \ m	1	2	3	4	5
1 2 3 4 5					

Tabulka V obsahuje výpočet součinitele D pro zbylé (v *tab. IV* nenulové) kombinace m a n.

Tabulka VI obsahuje podíl příslušných hodnot předchozích dvou tabulek U/D. Uspořádání *tab. V* i *VI* je stejné jako *tab. IV*.

Tabulky VII a VIII obsahují výpočet harmonických proměnných členů s m resp. n (pro místo, ve kterém je účinek hledán):

Tabulka VII

m	$\sin\frac{m\pi x_1}{l}$	$\sin\frac{m\pi x_2}{l}$	....	$\cos\frac{m\pi x_1}{l}$	...
1 2 3 4 5					

Analogicky je uspořádána *tab. VIII* pro členy s n.

Tabulka IX se sestavuje pro každou hledanou veličinu zvlášť. Obsahuje součiny kombinace hodnot *tab. VII* a *VIII* (která odpovídá hledanému druhu účinku podle rov. (6) a místa, ve kterém je účinek hledán), součinitele S (který odpovídá druhu účinku a druhu zatížení) a součinitele U/D (který odpovídá druhu zatížení) pro všechny zbylé kombinace m a n. Tyto součiny vyjadřují podíl jednotlivých členů řady na hledané statické veličině v jistém místě. Součtem těchto podílů a vynásobením součtu zatěžovacím (konstantním) součinitelem Z (z *tab. 1*) obdržíme již pro dané zatížení příslušnou jednotkovou statickou veličinu.

Výpočet pro průhyby, ohybové a kroutící momenty stačí obvykle provádět pro 1 až 3 první členy řady, výpočet pro posouvající síly a reakce pro 3 až 5 prvních členů řady. Ve většině případů odpadne vyčíslování mnoha členů, neboť v součinu harmonických funkcí je často některá nulová.

Tabulka IX

$\frac{m}{n}$	1	2	3	4	5	6
	U/D	S	$\sin \frac{m\pi x_1}{l} \sin \frac{n\pi y_1}{2b}$	$\sin \frac{m\pi x_2}{l} \sin \frac{n\pi y_2}{2b}$	součin 1. 2. 3	1. 2. 4
1/1 1/1 1/3 1/4 1/5 2/1 2/2 . . .						
				$\frac{\text{jednotková statická veličina}}{Z}$ =	Σ	Σ

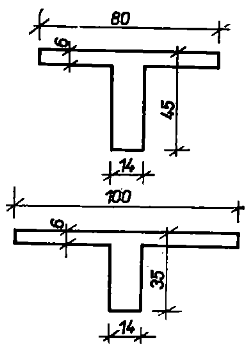
■ **Příklad**

Uvažujme trámový železobetonový rošt s deskou, podepřený po celém obvodě, s rozměry podle *obr. 2* a zatížený po celé ploše rovnoměrně ($g = 1$ Mp/m^2) a v místě $y = 5{,}0$ m přímkově ($p = 2$ Mp/m'). Má se určit průběh ohybových momentů ve středu délky ($x = 3{,}0$ m), ve středu šířky ($y = 4{,}0$ m) a pod přímkovým zatížením ($y = 5{,}0$ m) a dále průběh reakcí na okrajích. Budeme postupovat podle návodu.

Tabulka III (tabulka II odpadá)

n	$\sin \frac{n\pi v}{2b} = \sin \frac{5n\pi}{8}$
1	+0,9239
2	−0,7071
3	—0,3827
4	+1,0000
5	—0,3827

Tabulka I



$I_T = 211\,935$ cm^4, $E = 2{,}1 \,.\, 10^5$ kp/cm^2,

$\varrho_T = 5563 \,.\, 10^5$ kpcm,

$$\gamma_T = \frac{0{,}257 \,.\, 14^3 \,.\, 39 + \dfrac{6^3}{12(1 + \sqrt{0{,}00394})}}{80} \,.$$

$$. \frac{2{,}1 \,.\, 10^5}{2(1 + \sqrt{0{,}00394})} = 375{,}6 \,.\, 10^5 \text{ kpcm}$$

$I_P = 104\,411$ cm^4, $E = 2{,}1 \,.\, 10^5$ kp/cm^2,

$\varrho_P = 2193 \,.\, 10^5$ kpcm, $\gamma_P = 217{,}6 \,.\, 10^5$ kpcm

$\gamma_T + \gamma_P = 593{,}2 \,.\, 10^5$ kpcm.

Rovnoměrné zatížení $g = p = 1{,}0$ Mp/m^2 = 0,1 kp/cm^2

přímkové zatížení $p = \frac{p_0 \pi}{2 \,.\, 2b} = \frac{2 \,.\, \pi}{2 \,.\, 8} = 0{,}393$ Mp/m^2 = 0,0393 kp/cm^2

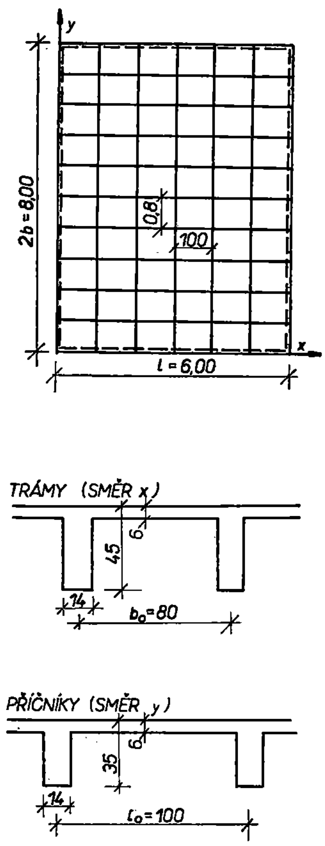
Hodnota součinitele Z

Stat. veličina	Rovnoměrné zatížení	Přímkové zatížení
M_x	+2475	+972
M_y	+ 975	+383
Q_x	—1295	—509
Q_y	— 383	—150

$\alpha = \frac{217{,}6}{5563} = 0{,}0391$

$\beta = \frac{375{,}6}{2193} = 0{,}1712$

$\varepsilon = \frac{6}{8} = 0{,}75$



Obr. 2

Tabulka IV

m \ n	Rovnoměrné zatížení 1	3	5	Přímkové zatížení 1	2	3	4	5
1	1	1	1	0,9239	—0,7071	—0,3827	1,0000	—0,3827
3	1	1	1	0,9239	—0,7071	—0,3827	1,0000	—0,3827
5	1	1	1	0,9239	—0,7071	—0,3827	1,0000	—0,3827

Tabulka V

m \ n	1	2	3	4	5
1 3 5	$495{,}6 \cdot 10^{-3}$ $341{,}5 \cdot 10^{-1}$ 262,0	$153{,}3 \cdot 10^{-2}$ $356{,}1 \cdot 10^{-1}$ 264,7	$486{,}9 \cdot 10^{-2}$ $401{,}4 \cdot 10^{-1}$ 271,2	$141{,}7 \cdot 10^{-1}$ $508{,}6 \cdot 10^{-1}$ 284,8	$336{,}4 \cdot 10^{-1}$ $721{,}5 \cdot 10^{-1}$ 309,7

Tabulka VIa.
Rovnoměrné zatížení

m \ n	1	2	3
1 3 5	$202 \cdot 10^{-2}$ $2{,}93 \cdot 10^{-2}$ $3{,}82 \cdot 10^{-3}$	$20{,}6 \cdot 10^{-2}$ $2{,}49 \cdot 10^{-2}$ $3{,}69 \cdot 10^{-3}$	$2{,}97 \cdot 10^{-2}$ $1{,}39 \cdot 10^{-2}$ $3{,}23 \cdot 10^{-3}$

Tabulka VIb. Přímkové zatížení

m \ n	1	2	3	4	5
1 3 5	$186 \cdot 10^{-2}$ $2{,}70 \cdot 10^{-2}$ $3{,}82 \cdot 10^{-3}$	$-52{,}3 \cdot 10^{-2}$ $-1{,}98 \cdot 10^{-2}$ $-2{,}67 \cdot 10^{-3}$	$-7{,}86 \cdot 10^{-2}$ $-9{,}52 \cdot 10^{-3}$ $-1{,}41 \cdot 10^{-3}$	$7{,}06 \cdot 10^{-2}$ $1{,}96 \cdot 10^{-2}$ $3{,}51 \cdot 10^{-3}$	$-1{,}14 \cdot 10^{-2}$ $-5{,}29 \cdot 10^{-3}$ $-1{,}23 \cdot 10^{-3}$

V dalším se omezíme na výpočet ohybového momentu v místě $x_1 = 3{,}0$ m, $y_1 = 5{,}0$ m. Výpočet statických veličin v dalších místech je analogický.

Tabulka VIIa

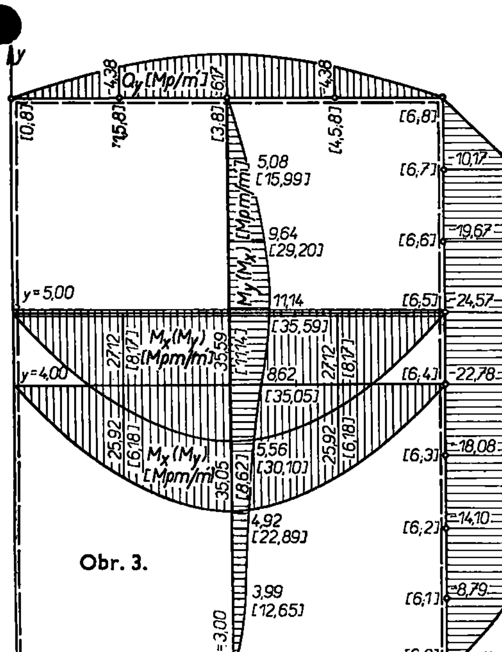
m	$\sin \frac{m\pi x_1}{l}$
1 3 5	1 —1 1

Tabulka VIIIa

n	$\sin \frac{n\pi y_1}{2b}$
1 2 3 4 5	0,9239 —0,7071 —0,3827 1,0000 —0,3827

Tabulka IXa. — M_x

$\frac{m}{n}$	1 U/D rovnoměrné zatížení	2 S rovnoměrné zatížení	3 U/D přímkové zatížení	4 S přímkové zatížení	5 $\sin \frac{m\pi x_1}{l} \sin \frac{n\pi y_1}{2b}$	6 součin 1 . 2 . 5	7 3 . 4 . 5
1/1	$202 \cdot 10^{-2}$	1,0844	$186 \cdot 10^{-2}$	1,0844	+0,9239	$204 \cdot 10^{-2}$	$187 \cdot 10^{-2}$
1/2	0	—	$-52{,}3 \cdot 10^{-2}$	1,3976	—0,7071	—	$51{,}7 \cdot 10^{-2}$
1/3	$20{,}6 \cdot 10^{-2}$	0,5865	$-7{,}86 \cdot 10^{-2}$	1,7595	—0,3827	$-4{,}6 \cdot 10^{-2}$	$5{,}3 \cdot 10^{-2}$
1/4	0	—	$7{,}06 \cdot 10^{-2}$	2,3504	+1,0000	—	$16{,}6 \cdot 10^{-2}$
1/5	$2{,}97 \cdot 10^{-2}$	0,6220	$-1{,}14 \cdot 10^{-2}$	3,1100	—0,3827	$-0{,}7 \cdot 10^{-2}$	$1{,}4 \cdot 10^{-2}$
3/1	$2{,}93 \cdot 10^{-2}$	3,0281	$2{,}70 \cdot 10^{-2}$	3,0281	—0,9239	$-8{,}2 \cdot 10^{-2}$	$-7{,}5 \cdot 10^{-2}$
3/2	0	—	$-1{,}98 \cdot 10^{-2}$	3,1126	+0,7071	—	$-4{,}4 \cdot 10^{-2}$
3/3	$2{,}49 \cdot 10^{-2}$	1,0844	$-9{,}52 \cdot 10^{-3}$	3,2532	+0,3827	$1{,}0 \cdot 10^{-2}$	$-1{,}2 \cdot 10^{-2}$
3/4	0	—	$1{,}96 \cdot 10^{-2}$	3,4500	—1,0000	—	$-6{,}8 \cdot 10^{-2}$
3/5	$1{,}39 \cdot 10^{-2}$	0,7406	$-5{,}29 \cdot 10^{-3}$	3,7030	+0,3827	$0{,}4 \cdot 10^{-2}$	$-0{,}7 \cdot 10^{-2}$
5/1	$3{,}82 \cdot 10^{-3}$	5,0169	$3{,}82 \cdot 10^{-3}$	5,0169	+0,9239	$1{,}8 \cdot 10^{-2}$	$1{,}8 \cdot 10^{-2}$
5/2	0	—	$-2{,}67 \cdot 10^{-3}$	5,0676	—0,7071	—	$1{,}0 \cdot 10^{-2}$
5/3	$3{,}69 \cdot 10^{-3}$	1,7174	$-1{,}41 \cdot 10^{-3}$	5,1522	—0,3827	$-0{,}2 \cdot 10^{-2}$	$0{,}3 \cdot 10^{-2}$
5/4	0	—	$3{,}51 \cdot 10^{-3}$	5,2700	+1,0000	—	$1{,}8 \cdot 10^{-2}$
5/5	$3{,}23 \cdot 10^{-3}$	1,0844	$-1{,}23 \cdot 10^{-3}$	5,4220	—0,3827	$-0{,}1 \cdot 10^{-2}$	$0{,}3 \cdot 10^{-2}$
					$\Sigma =$	$193{,}4 \cdot 10^{-2}$	$246{,}6 \cdot 10^{-2}$



Obr. 3.

Na *obr. 3* je uveden hledaný průběh ohybových momentů a reakcí.[1]) Výpočet všech zde uvedených veličin trval asi 20 hodin čistého času.

Z rozboru vlivu jednotlivých členů řady lze usoudit, s jakou přesností se vypočtou jednotlivé statické veličiny při zvoleném počtu členů. V praktických případech největší možné chyby vzhledem k hodnotě statické veličiny vypočtené z pěti členů řady jsou uvedeny v *tab. 4.*

Tabulka 4

Statická veličina	1 člen	3 členy
Ohybové momenty	15 % (20 %)[2])	5 % (10 %)[2])
Kroutící momenty	15 % (20 %)[2])	5 % (10 %)[2])
Reakce	40 %	25 %

LITERATURA

[1] Girkmann, K.: Flächentragwerke, Wien 1956
Girkmann, K.: Dźwigary powierzchniowe, Waršava 1957
[2] Lechnickij, S. G.: Anizotropnije plastinki, Moskva 1947
[3] Timoshenko, S. P., Woinowsky — Krieger, S.: Theory of plates and shells, New York — Toronto — London 1959
Timoshenko, S. P.: Plastinki i oboločki, Moskva 1963

[1]) Výpočet provedl inž. Jiří Minster, odb. asistent ÚTAM-ČSAV.
[2]) Hodnoty v závorkách mohou přijít v úvahu v blízkosti zatížení osamělým břemenem.

Inž. JÁN HÁJEK, C. Sc., Ústav stavebníctva a architektúry SAV, Bratislava DT 624.046

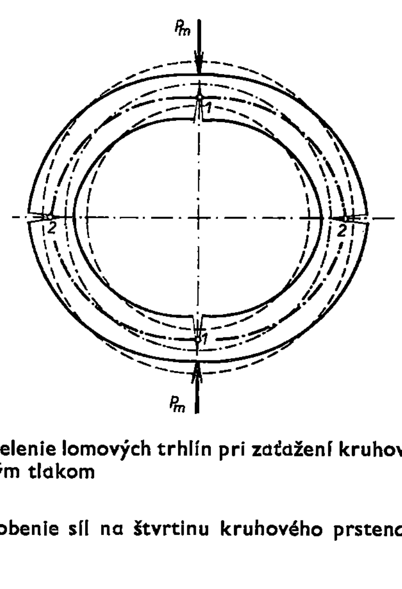
Výpočet medze únosnosti kruhového prstenca z predpätého betónu na vrcholový tlak

Predpoklady výpočtu. Podmienky rovnováhy štvrtiny prstenca na medzi únosnosti. Číselný príklad s porovnaním dvoch spôsobov nahradenia pracovného diagramu patentovaného drôtu. Možnosť aplikácie pri výpočte podľa teórie medzných stavov.

Výpočtom medze únosnosti nepredpätého železobetónového prstenca na vrcholový tlak sa zaoberá už niekoľko prác. Je to pochopiteľné, pretože jednak je k dispozícii rozsiahlejší experimentálny podkladový materiál, jednak správne vystihnutie pôsobenia prstenca na medzi únosnosti umožňuje usporiť približne 20 % betonárskej ocele. Táto úspora vyplýva z toho, že na medzi vzniku trhlín rozhoduje najmä hrúbka prstenca, zatiaľ čo množstvo výstuže sa uplatní najviac na medzi únosnosti. Preto možno využiť vyrovnanie absolútnych hodnôt momentových extrémov vo vrchole a na boku prstenca. Otázkami výpočtu medze únosnosti železobetónového prstenca na vrcholový tlak sa zaoberajú práce Klejna a Čerkasova [1], [2], [3], [5], [6], Ulického [4] a najnovšie na základe rozsiahlych experimentálnych podkladov aj práca Hegera [7].

Pri prstenci z predpätého betónu je pre dimenzovanie výstuže rozhodujúci medzný stav vzniku trhlín. Doteraz sa pri prefabrikátoch (napr. rúry z predpätého betónu) dostatočná únosnosť na vrcholový tlak dokazovala skúškami, spravidla jednorázovými (preukaznými). Výpočet medze únosnosti naráža na ťažkosti najmä preto, že nemožno vychádzať ani z predpokladu rozdelenia ohybových momentov podľa teórie pružnosti, lebo v mieste najväčšieho ohybového momentu je výstuž v tlačenej oblasti, ani z metódy vyrovnania momentov, lebo výstuž nie je rozdelená (ako to býva spravidla pri železobetónovom nepredpätom prstenci) symetricky vzhľadom na strednicu.

V tejto práci preto vychádzame z teórie medznej rovnováhy štvrtiny kruhového prstenca, ktorá dáva výsledky približujúce sa výsledkom zisteným pri skúškach. Pritom ďalej predpokladáme, že predpätie sa dosiahne ovinutím betónového prstenca a že výstuž nie je obalená ochrannou vrstvou betónu alebo malty.



Obr. 1. Rozdelenie lomových trhlín pri zaťažení kruhového prstenca vrcholovým tlakom

Obr. 2. Pôsobenie síl na štvrtinu kruhového prstenca na medzi únosnosti

Vyšetrenie vplyvu ochrannej vrstvy na medzu únosnosti vo vrcholovom tlaku vyžaduje osobitný skúšobný program, ktorý pripravujeme. V práci sa nezaoberáme problémami stanovenia medze vzniku trhlín a zmien priemeru, ani výpočtom medze únosnosti pri kombinácii vnútorného a vrcholového tlaku, lebo tieto otázky vyžadujú samostatné štúdie.

Rovnováha štvrtiny kruhového prstenca na medzi únosnosti

Keď neberieme do úvahy účinok vlastnej váhy na rozdelenie lomových trhlín, predpokladáme, že sa na medzi únosnosti lomové trhliny rozložia podľa *obr. 1.* Predpokladáme, že na štvrtinu kruhového prstenca medzi prierezmi *1* a *2* pôsobia vnútorné a vonkajšie sily podľa *obr. 2.*

Z podmienok rovnováhy vodorovných síl vyplýva:

$$x_1 = \frac{F_v\, \sigma_{v1}}{b\, R_{bt}} \tag{1}$$

kde F_v je plocha predpínacej výstuže, σ_{v1} napätie vo výstuži na medzi únosnosti prstenca v priereze *1*, R_{bt} medzné namáhanie betónu v tlaku za ohybu, b šírka prstenca.*)

Z podmienky rovnováhy momentov k bodu A vyplýva:

$$x_2 = -r_0 + \sqrt{r_0^2 + \frac{2F_v\, \sigma_{v2}}{b\, R_{bt}}\,(r_1 + 0{,}5\, D_v) - x_1\,(x_1 + D_v)} \tag{2}$$

*) V tomto článku sa pridržiavame označení podľa [12], s tým rozdielom, že nevyznačujeme priemerné hodnoty charakteristík indexom n (normové).